УДК 004.4
DOI https://doi.org/10.32782/2663-5941/2023.5/21

Завгородній В.В.
Державний університет інфраструктури та технологій

Завгородня Г.А.
Державний університет інфраструктури та технологій

Сіденков Г.Г.
Державний університет інфраструктури та технологій

РОЗРОБКА ПРОГРАМНОГО ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ ДЛЯ ВІЗУАЛІЗАЦІЇ ГІРСЬКИХ ПОРІД НА ОСНОВІ МЕТОДУ ФЛЕТЧЕРА-РІВСА

Було розроблено та вдосконалено алгоритмічне та програмне забезпечення, що відкриває нові можливості для детального картування гірських порід в їх природному заляганні. Нова методологія базується не лише на розрахунку параметрів густини, ефективної намагніченості, а також на вивченні наполегливості навантаження активної та залишкової намагніченості. Ця нова класифікація порід дозволяє отримати більш точні та вичерпні дані про геологічні структури та тектонічні особливості земної кори.

В роботі використовувався алгоритм Флетчера-Рівса для розв'язання задач оптимізації без обмежень, який поєднує в собі напрямки пошуку методу найшвидшого спуску і методу покоординатного спуску. Він базується на ідеї пов'язаних напрямків, які використовуються для знаходження апроксимації гессіана (матриці других похідних) функції, яку потрібно мінімізувати.

Новий підхід виявився особливо ефективним при дослідженні складних геологічних утворень. Він надає можливість вивчати структурно-тектонічні елементи земної кори з більшою точністю та деталізацією, що важливо для розуміння геологічних процесів та історії розвитку регіонів. Диференційований підхід також дозволяє чітко розрізняти різні типи порід, такі як інтрузивні, ефузивні та осадові. Це має важливе значення для геологічного картографування та визначення генетичного зв'язку між цими різновидами порід. Це може бути корисно для розуміння їхнього походження, еволюції та впливу геологічних процесів на формування ландшафту.

Застосування розробленого програмного забезпечення забезпечує більш глибоке розуміння геологічної структури регіонів, сприяючи виявленню раніше невидимих зв'язків між геологічними об'єктами. Такий підхід відкриває нові перспективи для наукових досліджень, а також має практичне застосування у геологічній діяльності, розвідці корисних копалин та природних ресурсів.

Ключові слова: *задача оптимізації, алгоритм Флетчера-Рівса, метод зворотного поширення, програмне забезпечення, картографування.*

Постановка проблеми. Геофізика, як одна із галузей наук про Землю, сформувалася на засадах та досягненнях фізичного підходу до вивчення навколишнього світу і спрямована на виявлення сутності та природи явищ та процесів, що відбуваються на Землі [1]. Встановлено таке визначення: геофізика – це комплекс наук, які застосовують фізичні методи для дослідження структури, еволюції, властивостей, будови та хімічного складу Землі, а також природних та антропогенних процесів, що відбуваються в її межах. Об'єктом дослідження геофізики є [2]:

– Земля в цілому та її геосфери (наприклад, літосфера, гідросфера, атмосфера);

– геологічні процеси (рух літосферних плит, землетруси);

– геологічні середовища (масиви гірських порід);

– геологічні об'єкти (наприклад, родовища корисних копалин, ключові результати геофізичних досліджень).

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Теоретичні інтерпретації потенціальних полів можна розділити на кілька напрямів, пов'язаних з подальшим розвитком методів розв'язання прямих задач, використанням інтегральних методів, аналітичним продовженням униз, а також засобами вирішення самого зворотного завдання [3].

Методи розв'язання прямої задачі мають велике значення в інтерпретації гравітаційних та магнітних полів. Вони дозволяють відтворити поля, викликані розподілом мас або намагніченості, що є актуальним завданням. Ці методи постійно вдосконалюються для забезпечення більш точних результатів. Інтегральні методи є потужним інструментом для обробки даних гравітаційних та магнітних вимірювань. Вони базуються на математичних інтегралах, що дозволяють отримувати відомості в областях, недоступних для прямих вимірювань [4]. Ці методи забезпечують більш повне розуміння внутрішньої структури досліджуваних об'єктів.

Аналітичне продовження униз є однією з ключових стратегій для дослідження глибинних структур [5]. Цей підхід дозволяє отримувати інформацію про потенціальні поля на більших глибинах, ніж це можливо за допомогою прямих вимірювань. Він базується на аналітичних методах та математичних принципах, що допомагають реконструювати структури зі зменшеною кількістю доступних даних.

Методи розв'язання зворотного завдання стають дедалі більш важливими для точної інтерпретації даних [6]. Вони дозволяють відтворювати розподіл мас та намагніченості на основі вимірів потенціальних полів. Це допомагає дослідникам здійснювати більш точну оцінку внутрішньої структури об'єктів з використанням доступних даних.

В цілому, розвиток методів розв'язання прямих та зворотних завдань є ключовим для розширення наших знань про внутрішню будову геологічних об'єктів за допомогою гравітаційних та магнітних вимірювань.

Метою статті є розробка програмного забезпечення з метою картографування гірських порід за їх густинними та магнітними властивостями.

Виклад основного матеріалу. Головною метою даної роботи є створення цифрової моделі вивченої території (теоретичної, розрахункової) таким чином, щоб модель магнітних і гравітаційних полів повністю відповідала спостережуваним магнітним і гравіметричним даним. При цьому отримана модель повинна точно відображати геологічну структуру досліджуваної області. Тобто, густинні і магнітні характеристики кожного блоку цифрової моделі повинні бути ідентичні реальним значенням. Першим етапом до вирішення цієї задачі був обраний метод підбору.

Методи підбору базуються на вирішенні прямих і зворотних завдань граві– та магніторозвідки. При розробці алгоритмів програм для розвідки об'єктів та систем геологічних формувань враховуються оптимальні методи апроксимації об'єктів шляхом їх подання у вигляді максимальної моделі, а також використовуються вхідні умови.

Відомо, що магнітні властивості будь-якого намагнічуючого об'єкта майже завжди є неоднорідними. Навіть при детальному вивченні цих властивостей важко точно відтворити картину їх розподілу по всьому об'єкту. Тому в залишковому магнітному явищі існують припущення, що виникають через неповне врахування характеру розподілу магнітних властивостей у всьому досліджуваному об'єкті.

Для того щоб ця похибка була незначною, необхідно належним чином підібрати значення фізичних характеристик при наданні моделі магнітних властивостей намагнічуючих об'єктів. Величина намагніченості MAG_{vol} повинна бути обрана так, щоб обумовлений магнітний момент MAG_{mag} дорівнював би істинному моменту MOM_{true}, який можна визначити за наступною формулою:

$$MOM_{true}=OBJ_{vol_1} MAG_{vol_1}+ OBJ_{vol_2} MAG_{vol_2} + +\ldots+ OBJ_{vol_n} MAG_{vol_n} \tag{1}$$

де: $OBJ_{vol_1} OBJ_{vol_2}+\ldots+OBJ_{vol_n} = OBJ_{vol}$ – об'єм досліджуваного об'єкта.

Тоді, $MAG_{mag}= MAG_{true}$, або $OBJ_{vol}\ MAG_{vol}= OBJ_{vol_1}\ MAG_{vol_1} + OBJ_{vol_2}\ MAG_{vol_2} +\ldots+ OBJ_{vol_n}\ MAG_{vol_n}$ та

$$MAG_{vol} = \frac{OBJ_{vol_1}MAG_{vol_1} + OBJ_{vol_2}MAG_{vol_2} + \cdots + OBJ_{vol_n}MAG_{vol_n}}{OBJ_{vol}}$$

Величина MAG_{vol} обчислюється як середньозважена значення, де увага приділяється об'ємам окремих частин об'єкта, що мають однорідну намагніченість. Використання середньозваженої намагніченості допомагає уникнути суттєвих похибок у залишковому магнітному полі.

Отримання середньозваженої намагніченості для порід і руд з вимірювань фізичних властивостей зразків є складним завданням через труднощі в розподілі магнітних і немагнітних частин порід і руд. Однак для деяких простих за будовою об'єктів можна приблизно визначити середньозважену (ефективну) намагніченість на основі вимірювань магнітних властивостей зразків. Можливо, більш надійним методом отримання середньозваженої (ефективної) намагніченості є метод підбору, що базується на використанні методу найменших квадратів.

Розглянемо рішення прямої тривимірної задачі магніторозвідки для об'єктів будь-якої форми. Будь-який неоднорідний магнітний об'єкт можна приблизно розглядати як сукупність окремих частин, кожна з яких є одноразово намагніченою. Тоді магнітне поле, створене цим об'єктом, може бути апроксимовано як сума полів, створених цими частинами. Крім того, компоненти магнітної індукції для кожної з цих частин можуть бути виражені через інші компоненти. Заформулюємо це за допомогою рівняння Пуассона:

$$\begin{cases} MAG_{ind_A} = MAG_{vol_A}OBJ_{vol_{AA}} + MAG_{vol_B}OBJ_{vol_{AB}} + MAG_{vol_C}OBJ_{vol_{AC}} \\ MAG_{ind_B} = MAG_{vol_A}OBJ_{vol_{BA}} + MAG_{vol_B}OBJ_{vol_{BB}} + MAG_{vol_C}OBJ_{vol_{BC}} \\ C = MAG_{vol_A}OBJ_{vol_{CA}} + MAG_{vol_B}OBJ_{vol_{CB}} + MAG_{vol_C}OBJ_{vol_{CC}} \end{cases} \quad (2)$$

де: MAG_{ind_A}, MAG_{ind_B}, C – компоненти магнітної індукції, $OBJ_{vol_{AA}}$, $OBJ_{vol_{AB}}$, $OBJ_{vol_{AC}}$, $OBJ_{vol_{BB}}$, $OBJ_{vol_{BC}}$, $OBJ_{vol_{CC}}$ – другі похідні від гравітаційного потенціалу. Другі похідні від гравітаційного потенціалу можна отримати шляхом інтегрування та диференціювання виразів для перших похідних гравітаційного потенціалу відносно матеріальної точки. Наведемо остаточні формули для других похідних для прямокутних паралелепіпедів.

Для розрахунку гравітаційного потенціалу, створеного від окремого тіла, яке моделюється як набір прямокутних паралелепіпедів, можна використовувати наступні математичні формули:

$$OBJ_{vol_{AA}}(a,b,c) \approx \sum_{j=1}^{k} arctg\frac{(b-k)(c-\varphi)}{(a-\gamma)\sqrt{(a-\gamma)^2+(b-\lambda)^2+(c-\varphi)^2}}\Bigg|_{a_{2j}}^{a_{1j}}\Bigg|_{b_{2j}}^{b_{1j}}\Bigg|_{c_{2j}}^{c_{1j}}, \quad (3)$$

$$OBJ_{vol_{AB}}(a,b,c) \approx -\sum_{j=1}^{k} ln\left[\sqrt{(a-\gamma)^2+(b-\lambda)^2+(c-\varphi)^2} + (c-\varphi)\right]\Bigg|_{a_{2j}}^{a_{1j}}\Bigg|_{b_{2j}}^{b_{1j}}\Bigg|_{c_{2j}}^{c_{1j}}, \quad (4)$$

$$OBJ_{vol_{AC}}(a,b,c) \approx -\sum_{j=1}^{k} ln\left[\sqrt{(a-\gamma)^2+(b-\lambda)^2+(c-\varphi)^2} + (b-\lambda)\right]\Bigg|_{a_{2j}}^{a_{1j}}\Bigg|_{b_{2j}}^{b_{1j}}\Bigg|_{c_{2j}}^{c_{1j}}, \quad (5)$$

$$OBJ_{vol_{CC}}(a,b,c) \approx \sum_{j=1}^{k} arctg\frac{(a-\gamma)(c-\varphi)}{(b-\lambda)\sqrt{(a-\gamma)^2+(b-\lambda)^2+(c-\varphi)^2}}\Bigg|_{a_{2j}}^{a_{1j}}\Bigg|_{b_{2j}}^{b_{1j}}\Bigg|_{c_{2j}}^{c_{1j}}, \quad (6)$$

$$OBJ_{vol_{BC}}(a,b,c) \approx -\sum_{j=1}^{k} ln\left[\sqrt{(a-\gamma)^2+(b-\lambda)^2+(c-\varphi)^2} + (a-\gamma)\right]\Bigg|_{a_{2j}}^{a_{1j}}\Bigg|_{b_{2j}}^{b_{1j}}\Bigg|_{c_{2j}}^{c_{1j}}, \quad (7)$$

$$OBJ_{vol_{AA}}(a,b,c) \approx \sum_{j=1}^{k} arctg\frac{(b-k)(c-\varphi)}{(a-\gamma)\sqrt{(a-\gamma)^2+(b-\lambda)^2+(c-\varphi)^2}}\Bigg|_{a_{2j}}^{a_{1j}}\Bigg|_{b_{2j}}^{b_{1j}}\Bigg|_{c_{2j}}^{c_{1j}}, \quad (8)$$

Під час обчислення ми підставляємо значення для меж та інших параметрів, таких як довжина, ширина та висота кожного прямокутного паралелепіпеда. Окремі позначення, такі як α_{1j}, b_{1j}, c_{1j}, α_{2j}, b_{2j}, c_{2j}, використовуються для кожного з прямокутних паралелепіпедів, причому $\alpha_{1j}>\alpha_{2j}, b_{1j}\ b_{2j}, c_{2j}>$. Важливо враховувати, що $j\in[1;\ k]$ позначає відповідний масив чисел, який визначає параметри кожного паралелепіпеда.

На основі цих рівнянь можна скласти систему лінійних алгебраїчних рівнянь, яка представляє собою систему рівнянь, що описують взаємодію між гравітаційними потенціалами від кожного окремого паралелепіпеда. Така система рівнянь виглядає наступним чином:

$$\begin{gathered} MAG_{vol_A}OBJ_{vol_{CA_1}} + MAG_{vol_B}OBJ_{vol_{CB_1}} + MAG_{vol_C}OBJ_{vol_{CA_1}} = C_1; \\ MAG_{vol_A}OBJ_{vol_{CA_2}} + MAG_{vol_B}OBJ_{vol_{CB_2}} + MAG_{vol_C}OBJ_{vol_{CA_2}} = C_2; \\ MAG_{vol_A}OBJ_{vol_{CA_3}} + MAG_{vol_B}OBJ_{vol_{CB_3}} + MAG_{vol_C}OBJ_{vol_{CA_3}} = C_3; \\ \dots \\ MAG_{vol_A}OBJ_{vol_{CA_k}} + MAG_{vol_B}OBJ_{vol_k} + MAG_{vol_C}OBJ_{vol_{CA_k}} = C_k; \end{gathered} \quad (9)$$

Для отримання вихідних результатів необхідно мати наявність числових даних про параметри кожного прямокутного паралелепіпеда, такі як його маса, розміри та розташування. Ці дані можуть бути подані у вигляді масивів, які містять відповідні значення.

Подібним чином, можна визначити і густину гравітаційного потенціалу для інших геометричних форм, таких як сфери чи циліндри. Такі обчислення дозволяють досліджувати вплив різних геометричних структур на гравітаційне поле. Гравітаційна взаємодія однорідного прямокутного паралелепіпеда, грані якого паралельні координатним площинам, визначається в точках осі за допомогою виразів (10) – (12):

$$\Delta\omega = -F\psi|(\gamma-a)\ln(\lambda+Q) + \lambda ln[(\gamma-a)+Q] + \gamma arctg\frac{\lambda}{\gamma} - \gamma arctg\frac{(\gamma-a)\lambda}{\gamma Q}\Bigg|_{\gamma_1}^{\gamma_2}\Bigg|_{\lambda_1}^{\lambda_2}\Bigg|_{\gamma_1}^{\gamma_2} \quad (10)$$

$$OBJ_{vol_{AA}} = F\psi\left|\ln(\lambda+Q)\right|_{\gamma_1}^{\gamma_2}\Bigg|_{\lambda_1}^{\lambda_2}\Bigg|_{\gamma_1}^{\gamma_2} \quad (11)$$

$$OBJ_{vol_{CC}} = -F\psi\left|arctg\frac{(\gamma-a)\lambda}{\gamma Q}\right|_{\gamma_1}^{\gamma_2}\Bigg|_{\lambda_1}^{\lambda_2}\Bigg|_{\gamma_1}^{\gamma_2} \quad (12)$$

де: $Q = \sqrt{(\gamma-a)^2+\lambda^2+\gamma^2}$.

Під час розв'язання конкретної задачі мінімізації, перш за все, необхідно обрати математичний підхід, який би призводив до отримання остаточних результатів з найменшими обчислювальними витратами або забезпечував більший обсяг інформації щодо шуканого рішення. Найбільш розповсюдженими методами при розв'язанні обернених задач є метод Ньютона та метод найшвидшого спуску. Проте для даної задачі найбільш підходящим є метод Флетчера-Рівса.

Метод пов'язаних напрямів полягає у відхиленні від напрямку найшвидшого спуску шляхом додавання до нього напрямку, який використовувався на попередньому кроці. В методі пов'язаного градієнта формується послідовність напрямків пошуку $Dir^{(s)}$, які є лінійними комбінаціями градієнта поточного напрямку найшвидшого спуску та попередніх напрямків пошуку:

$$\begin{gathered} Dir^{(s+1)} = -\nabla p(a^{(s)}) + \sum_{j=1}^{s}\alpha_j Dir^{(j)} \\ \nabla^2 p(a^{(s)}, Dir^{(s)}) = 0. \end{gathered} \quad (13)$$

Коефіцієнти α_i обираються таким чином, щоб новий напрямок $Dir^{(s)}$ був пов'язаний з усіма попередніми напрямками. Умовою завершення процесу пошуку є виконання умови: $\nabla^2\rho(\alpha^{(s)}, Dir^{(s)})=0$.

Основні кроки алгоритму Флетчера-Рівса:

1. Ініціалізація: вибираємо початкову точку x_0, задаємо початковий напрямок пошуку d_0 (наприклад, можна взяти початковий напрямок як градієнт функції в початковій точці).

2. Крок оптимізації: для кожного кроку $k(k=0,1,2,\ ...)$, робимо:

– обчислюємо крок альфа (αk), який визначає, як далеко ми будемо рухатися в напрямку dk від поточної точки xk. Можна використовувати метод одновимірного пошуку, такий як метод золотого перетину чи метод параболічного апроксимування;

– обчислюємо нову точку $xk + 1 = xk + \alpha k \times dk$;

– обчислюємо градієнт функції в точці $xk + 1$.

3. Оновлення напрямку пошуку: Обчислюємо новий напрямок пошуку $dk + 1$, використовуючи попередні напрямки пошуку dk та градієнт функції в точці $xk + 1$. Один з поширено використовуваних способів отримання нового напрямку – це формула Флетчера-Рівса.

4. Умова завершення: перевіряємо критерій завершення. Це може бути досягнення заданої точності, задана кількість ітерацій, чи інший критерій.

Алгоритм продовжується до тих пір, поки не буде виконана умова завершення. Кожен крок оновлення включає обчислення нової точки та нового напрямку, що базується на попередніх напрямках та градієнтах. Цей метод спрямований на збільшення швидкості збіжності, використовуючи інформацію про кривизну функції.

Метод демонструє квадратичну збіжність. Вигода алгоритму Флетчера-Рівса полягає у тому, що він уникає обчислення матриці і заощаджує використання пам’яті на обчислювальному пристрої, оскільки він не оперує матрицями, як це робиться в методах типу Ньютона. Цей метод демонструє ефективність, схожу з алгоритмами квазі-Ньютонівського типу. Оскільки напрямки пошуку взаємно пов’язані, квадратична функція зазвичай буде мінімізована не більш як за n кроків.

У загальному випадку, для досягнення результату використовується метод зворотного поширення, що дозволяє отримати результат. Алгоритм Флетчера-Рівса досить чутливий до точності одновимірного пошуку, тому при його застосуванні важливо уникати помилок округлення, які можуть виникнути.

На рисунку 1 наведено приклад екранної форми вибору параметрів задачі у розробленому програмному забезпеченні для картографування гірських порід за їх густинними та магнітними властивостями.

Дана система надає можливість здійснювати автоматизований розрахунок підбору однорідної намагніченості/густини, у тому числі збереження повного журналу розрахунку в документ *.csv.

Слід зазначити, що алгоритм може відмовити у випадках, коли Гессіан стає погано умовленим. Немає загальних гарантій щодо збіжності, хоча практичний досвід показує, що майже завжди алгоритм призводить до прийнятного рівня наближеного оптимуму.

Висновки. У даному дослідженні для розробки програмного забезпечення з метою картографування гірських порід за їх густинними та магнітними властивостями використовувався метод зворотного поширення на основі алгоритму Флетчера-Рівса.

Одна з ключових переваг даного підходу – це можливість диференційованої ідентифікації різних типів гірських порід. Це дає змогу більш точно визначити, чи маємо ми справу з інтрузивними, ефузивними чи осадовими породами. Такий рівень деталізації може надати цінну інформацію для геологічного дослідження та планування дій у гірських регіонах.

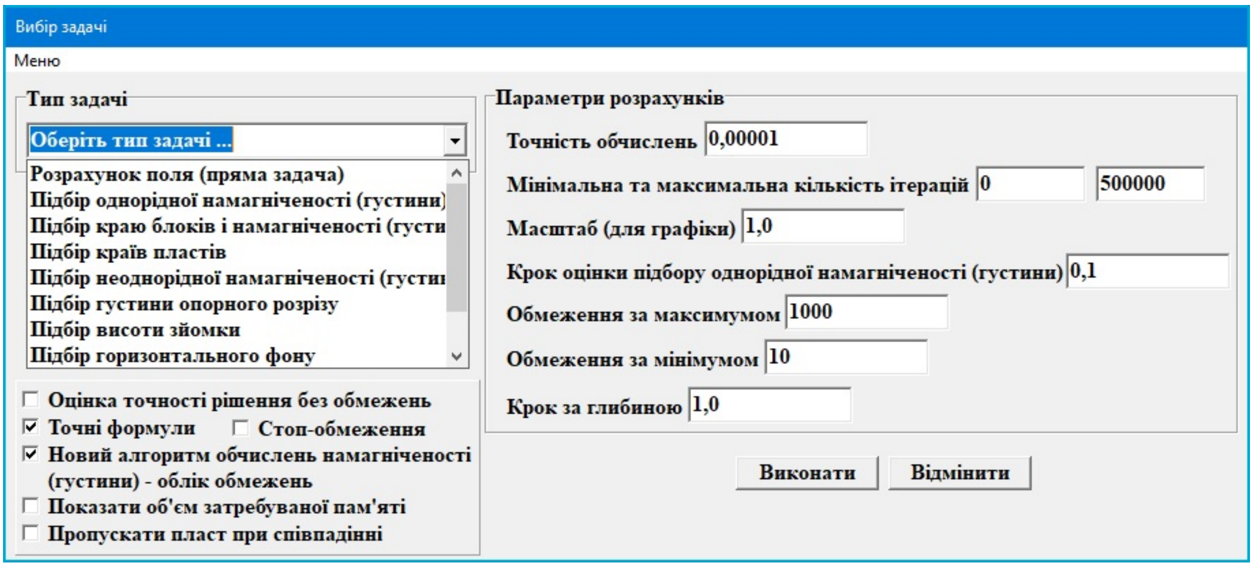

Рис. 1. Вибір параметрів задачі у програмному забезпеченні для картографування гірських порід за їх густинними та магнітними властивостями

З урахуванням цих висновків, можна сказати, що алгоритм Флетчера-Рівса є потужним методом оптимізації, який може використовуватися для знаходження оптимальних значень параметрів у складних функціях. Однак, важливо мати на увазі чутливість до точності обчислень та можливість проблем з погано умовленим Гессіаном.

Загалом, робота відкриває нові можливості для більш точного та деталізованого вивчення геологічних процесів та формацій, що може знайти застосування як у наукових дослідженнях, так і в практичних галузях, наприклад, в геологічній розвідці та геологічному картографуванні.

У подальших дослідженнях можливо розглянути розширення методології для врахування інших параметрів, які також можуть впливати на геологічні формації, таких як температура, тиск та хімічний склад середовища.

Список літератури:

1. Зацерковний В.І., Бурачек В.Г., Железняк О.О., Терещенко А.О. Геоінформаційні системи і бази даних : монографія. Кн. 2 / В.І. Зацерковний, В.Г. Бурачек, О.О. Железняк, А.О. Терещенко. Ніжин : НДУ ім. М. Гоголя, 2017. 237 с. ISBN 978-617-527-121-6

2. Шипулін В.Д. Основи ГІС-аналізу: навч. посібник / В.Д. Шипулін ; Харк. нац. ун-т міськ. госп-ва ім. О.М. Бекетова. Х. : ХНУМГ, 2014. 330 с. ISBN 978-966-695-314-1

3. Демчина М.М. Формальні методи інтерпретації даних та знань про нафтогазові об'єкти / М.М. Демчина, В.Р. Процюк, В.І. Шекета // *Науковий вісник Івано-Франківського національного технічного університету нафти і газу*. 2011. No 1. С. 100-108.

4. Бестильний М.Я. Формальні основи комп'ютерної інтерпретації даних геофізичних досліджень свердловин [Електронний ресурс] / М.Я. Бестильний, О.Ф. Козак, В.М. Юрчишин. // *Науковий вісник Івано-Франківського національного технічного університету нафти і газу*. 2012. № 3. URL: http://nbuv.gov.ua/UJRN/Nvif_2012_3_21

5. Костріков С.В., Черваньов І.Г., Спиця Р.О. Застосування ГІС-технологій для морфоструктурно-неотектонічних досліджень / С.В. Костріков, І.Г. Черваньов, Р.О. Спиця // *Морфоструктурно-неотектонічний аналіз території України*. Київ: Наукова думка, 2013. С. 119–136.

6. Костріков С.В. Геоінформаційне моделювання природно-антропогенного довкілля. Наукова монографія / С.В. Костріков // Харків: Вид-во ХНУ ім. В.Н. Каразіна. 2014. 484 с.

Zavgorodnii V.V., Zavgorodnya A.A., Sidenkov H.G. DEVELOPMENT OF SOFTWARE FOR VISUALIZATION OF ROCKS BASED ON THE FLETCHER-REEVES METHOD

Algorithmic and software was developed and improved, opening up new opportunities for detailed mapping of rocks in their natural setting. The new methodology is based not only on the calculation of density parameters, effective magnetization, but also on the study of the load persistence of active and residual magnetization. This new classification of rocks makes it possible to obtain more accurate and comprehensive data on geological structures and tectonic features of the earth's crust.

The paper used the Fletcher-Reaves algorithm for solving unconstrained optimization problems, which combines the search directions of the fastest descent method and the coordinate descent method. It is based on the idea of connected directions, which are used to find an approximation of the Hessian (second derivative matrix) of the function to be minimized.

The new approach turned out to be particularly effective in the study of complex geological formations. It provides an opportunity to study the structural and tectonic elements of the earth's crust with greater accuracy and detail, which is important for understanding geological processes and the history of regional development. The differentiated approach also allows for a clear distinction between different rock types such as intrusive, effusive and sedimentary. This is important for geological mapping and determining the genetic relationship between these types of rocks. This can be useful for understanding their origin, evolution and influence of geological processes on landscape formation.

The application of the developed software provides a deeper understanding of the geological structure of the regions, contributing to the discovery of previously invisible connections between geological objects. This approach opens up new perspectives for scientific research, and also has practical applications in geological activity, exploration of minerals and natural resources.

Key words: *optimization problem, Fletcher-Reeves algorithm, backpropagation method, software, mapping.*